

IN COLLABORAZIONE
CON



CON IL
SOSTEGNO DI



CON IL
PATROCINIO DI



ESEMPI DI OEP

Jonathan Poritz
jonathan@poritz.net
poritz.net/jonathan

ECCETTO DOVE ALTRIMENTI
SPECIFICATO, QUESTA PRESENTAZIONE
È RILASCIATA CON LICENZA

[PHOTO OF A COLORFUL CEILING](#) BY MITCHELL LUO FROM PEXELS



Avevamo la definizione di OEP come:

“Pratiche collaborative che includono la creazione, l'uso, il riuso di OER, così come pratiche pedagogiche che impiegano tecnologie partecipative e social network per interagire, praticare peer-learning, creare conoscenza, e rinforzare il ruolo attivo delle persone che partecipano ad eventi formativi.”

(traduzione da Cronin, 2018, CC BY)

Con gli obiettivi di:

migliorare sia l'accesso al sapere che il processo di apprendimento contribuire alla crescita e alla realizzazione del potenziale di chi apprende.

Definizione: Pedagogia abilitata dalle OER

["OER-enabled pedagogy"]

"L'insieme delle pratiche di insegnamento e apprendimento che sono solo possibile o pratico nel contesto delle 5R che sono caratteristiche di OER." (traduzione da [Wiley & Hilton](#), 2018, CC BY)

Che è, per me, una prospettiva più concreta e pratica.
Anche se voglio tenere a mente gli ideali superiori dell'OE:

Condivisione dei saperi diversi
Co-creazione di contenuti, percorsi, esercizi
Approccio non giudicante e inclusivo

Docente come consulente esperto, circondato da altre figure di esperte/i
Studenti come protagonisti attivi della propria crescita, in gruppo e singolarmente

Esempi di Pratiche e Pedagogie Open

La mia prima esperienza di OEP:

Gli studenti scrivono il loro libro di testo sotto forma di wiki: Una soluzione quando non c'è tempo di ordinare il libro perfetto ... che dà agli studenti più autonomia, voce, ed opportunità di esercitarsi a scrivere la matematica (teoremi, dimostrazioni, ecc.).

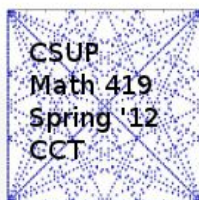
Per Colorado State University Pueblo, 2012, Math 419, "Teoria dei numeri": libro scritto in [MediaWiki](#) sul mio sito web poritz.net/jonathan.

Cos'è "MediWiki"?

Il software libero dietro uno dei siti web più popolari del pianeta: Wikipedia.

Nel 2012 richiedeva una certa esperienza per essere amministrato, ma oggi è quasi interamente punta e clicca, e.g., vedi [Reclaim Hosting](#).





[Main page](#)
[HW/schedule](#)
[Syllabus/policies](#)
[Recent changes](#)
[wikitext help](#)
[TeX help](#)

Tools

[What links here](#)
[Related changes](#)
[Special pages](#)
[Printable version](#)
[Permanent link](#)
[Page information](#)

[Kaleb](#) [Talk](#) [Preferences](#) [Watchlist](#) [Contributions](#) [Log out](#)

[Main page](#) [Discussion](#)

[Read](#)

[Edit](#)

[View history](#)



[More](#) ▾

[Q](#)

Main Page

CSU-P Math 419 Class Wiki [\[edit\]](#)

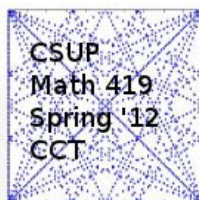
This is the class wiki for **Math 419: Number Theory** at Colorado State University -- Pueblo, in the Spring of 2012.

Please edit the [General Discussion](#) page and simply add your comments or questions to the end, if there are any things you are thinking about regarding the material we are working on, or if you have questions about some homework problem, etc.

Class Collaborative Textbook [\[edit\]](#)

In the following, the main chapters are student contributions (of rigor, precision, and formality) to the corresponding chapter of our textbook. The non-integrally numbered chapters are contributions by the instructor to provide some supplementary material which is not simply an expansion of the book chapters.

- [Chapter 1](#): What Is Number Theory?
- [Chapter 2](#): Pythagorean Triples
- [Chapter 3](#): Pythagorean Triples and the Unit Circle
- [Chapter 4](#): Sums of Higher Powers and Fermat's Last Theorem
- [Chapter 5](#): Divisibility and the Greatest Common Divisor
- [Chapter 6](#): Linear Equations and the Greatest Common Divisor
 - [Chapter 6.1](#): Alternate induction
- [Chapter 7](#): Factorization and the Fundamental Theorem of Arithmetic
- [Chapter 8](#): Congruences
 - [Chapter 8.1](#): The Linear Congruence Theorem via Inverses mod n
- [Chapter 9](#): Congruences, Powers, and Fermat's Little Theorem
- [Chapter 10](#): Congruences, Powers, and Euler's Formula
 - [Chapter 10.1](#): Notes on problem 10.1
- [Chapter 11](#): Euler's Phi Function and the Chinese Remainder Theorem
- [Chapter 12](#): Prime Numbers
- [Chapter 13](#): Counting Primes
- [Chapter 14](#): Mersenne Primes
- [Chapter 15](#): Mersenne Primes and Perfect Numbers
- [Chapter 16](#): Powers Modulo m and Successive Squaring



Main page
HW/schedule
Syllabus/policies
Recent changes
wikitext help
TeX help

Tools

What links here
Related changes
Special pages
Printable version
Permanent link
Page information

Kaleb [Talk](#) [Preferences](#) [Watchlist](#) [Contributions](#) [Log out](#)

Page [Discussion](#)

[Read](#)

[Edit](#)

[View history](#)



[More](#) ▾

Chapter 10

Congruences, Powers, and Euler's Formula [\[edit\]](#)

Theorem 10.1 (Euler's Formula): If $\gcd(a, m) = 1$, then

$$a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$

The function ϕ is called *Euler's phi function*. We can define ϕ as the number of integers between 1 and m that are relatively prime to m , written

$$\phi(m) = \# \{a : 1 \leq a \leq m \text{ and } \gcd(a, m) = 1\}.$$

Contents [\[hide\]](#)

1 Congruences, Powers, and Euler's Formula

1.1 **Note**

1.2 **definition**

[Continue to Chapter 11](#) (Or visit [A discussion of the surprisingly intricate problem 10.1](#))

Note [\[edit\]](#)

If we want $K^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$

then we need

$$\gcd(K, m) = 1$$

$$K^{\phi(m)} - 1 = lm$$

$$K^{\phi(m)} - lm = 1$$

$$KK^{\phi(m)-1} + m(-l) = 1$$

l is a linear combination of K, m

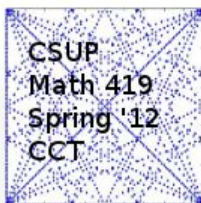
The $\gcd$ is the smallest possible linear combination of K, m

so the $\gcd(K, m) = 1$

Claim 10.2 If $\gcd(a, m) = 1$ then the numbers

$b_1a, b_2a, \dots, b_{\phi(m)}a \pmod{m}$ are the same as the numbers

$b_1, b_2, \dots, b_{\phi(m)} \pmod{m}$ although they may be in a different order.



[Main page](#)
[HW/schedule](#)
[Syllabus/policies](#)
[Recent changes](#)
[wikitext help](#)
[TeX help](#)

[Tools](#)
[What links here](#)
[Related changes](#)
[Special pages](#)
[Printable version](#)
[Permanent link](#)
[Page information](#)

[Kaleb](#) [Talk](#) [Preferences](#) [Watchlist](#) [Contributions](#) [Log out](#)

Page [Discussion](#)

[Read](#)

[Edit](#)

[View history](#)



[More](#) ▾

[Q](#)

Chapter 10.1

Notes on problem 10.1 [\[edit\]](#)

Contents [\[hide\]](#)

- 1 [Notes on problem 10.1](#)
 - 1.1 [The Problem](#)
 - 1.2 [What we noticed in class on 7 March 2012](#)
 - 1.3 [But unfortunately...](#)
 - 1.4 [Some more thoughts](#)
 - 1.5 [Looking more closely at \$\mathcal{R}_1\$](#)

The Problem [\[edit\]](#)

We are supposed to consider the number B as defined in the ourproof of Euler's Formula. So suppose $m \in \mathbb{N}$ has $m > 2$. There are $\phi(m)$ natural numbers less than m which are relatively prime to m (this is the definition of $\phi(m)$!), put them in order and call them $b_1, \dots, b_{\phi(m)}$, so

$$1 = b_1 < \dots < b_{\phi(m)} < m \quad .$$

Define $B = \prod_{j=1}^{\phi(m)} b_j$. We are supposed to show that $B \equiv \pm 1 \pmod m$ and then see if we can characterize the numbers m for which B has each sign.

What we noticed in class on 7 March 2012 [\[edit\]](#)

Let's define a set of natural numbers

$$\mathcal{R} = \{b \in \mathbb{N} \mid \gcd(b, m) = 1\} \quad .$$

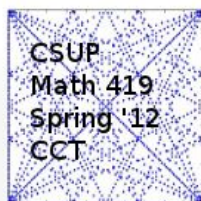
As we just said, the number of elements in $\mathcal{R}$ is $\phi(m)$.

But we've met this set $\mathcal{R}$ before: it is exactly the set of elements of $\mathbb{Z}/m$ which are invertible.

But think of some $k \in \mathcal{R}$. It is invertible, so $k^{-1} \pmod m$ exists. But then $(k^{-1})^{-1} \pmod m$ also exists: it's just k . So $k^{-1} \in \mathcal{R}$ as well. Thus inversion is a permutation of $\mathcal{R}$, let's write it as $\iota : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Now think about B^2 . It is the product of all the elements of $\mathcal{R}$, twice, so we can rearrange the terms so that each element in the first B is put next to a unique element from the second B , which is its inverse! Thus $B^2 \equiv 1 \pmod m$.

Certainly ± 1 are solutions to the equation $x^2 \equiv 1 \pmod m$. Wouldn't it be nice if these were the *only* solutions - then we would be done, B would have



[Main page](#)
[HW/schedule](#)
[Syllabus/policies](#)
[Recent changes](#)
[wikitext help](#)
[TeX help](#)

[Tools](#)
[What links here](#)
[Related changes](#)
[Special pages](#)
[Page information](#)

[Kaleb](#) [Talk](#) [Preferences](#) [Watchlist](#) [Contributions](#) [Log out](#)

Page [Discussion](#)

[Read](#)

[Edit](#)

[View history](#)



[More](#) ▾



Editing Chapter 10.1

=Notes on problem 10.1=

__TOC__

====The Problem====

We are supposed to consider the number B as defined in the ourproof of Euler's Formula. So suppose $m \in \mathbb{N}$ has $m > 2$. There are $\phi(m)$ natural numbers less than m which are relatively prime to m (this is the definition of $\phi(m)$!), put them in order and call them $b_1, \dots, b_{\phi(m)}$, so $1 = b_1 < \dots < b_{\phi(m)} < m$. Define $B = \prod_{j=1}^{\phi(m)} b_j$. We are supposed to show that $B \equiv 1 \pmod{m}$ and then see if we can characterize the numbers m for which B has each sign.

====What we noticed in class on 7 March 2012====

Let's define a set of natural numbers $\mathcal{R} = \{b \in \mathbb{N} \mid \gcd(b, m) = 1\}$. As we just said, the number of elements in $\mathcal{R}$ is $\phi(m)$.

But we've met this set $\mathcal{R}$ before: it is exactly the set of elements of $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ which are invertible.

But think of some $k \in \mathcal{R}$. It is invertible, so $k^{-1} \pmod{m}$ exists. But then $\left(k^{-1}\right)^{-1} \pmod{m}$ also exists: it's just k . So $k^{-1} \in \mathcal{R}$ as well. Thus inversion is a permutation of $\mathcal{R}$, let's write it as $\iota: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$.

Now think about B^2 . It is the product of all the elements of $\mathcal{R}$, twice, so we can rearrange the terms so that each element in the first B is put next to a unique element from the second B , which is its inverse! Thus $B^2 \equiv 1 \pmod{m}$.

Certainly ± 1 are solutions to the equation $x^2 \equiv 1 \pmod{m}$. Wouldn't it be nice if these were the 'only' solutions -

Summary:

☐ This is a minor edit ☒ Watch this page

Please note that all contributions to Class wiki for Poritz's Math 419 may be edited, altered, or removed by other contributors. If you do not want your writing to be edited mercilessly, then do not submit it here.

You are also promising us that you wrote this yourself, or copied it from a public domain or similar free resource (see [My wiki:Copyrights](#) for details). **Do not submit copyrighted work without permission!**

[Save changes](#)

[Show preview](#)

[Show changes](#)

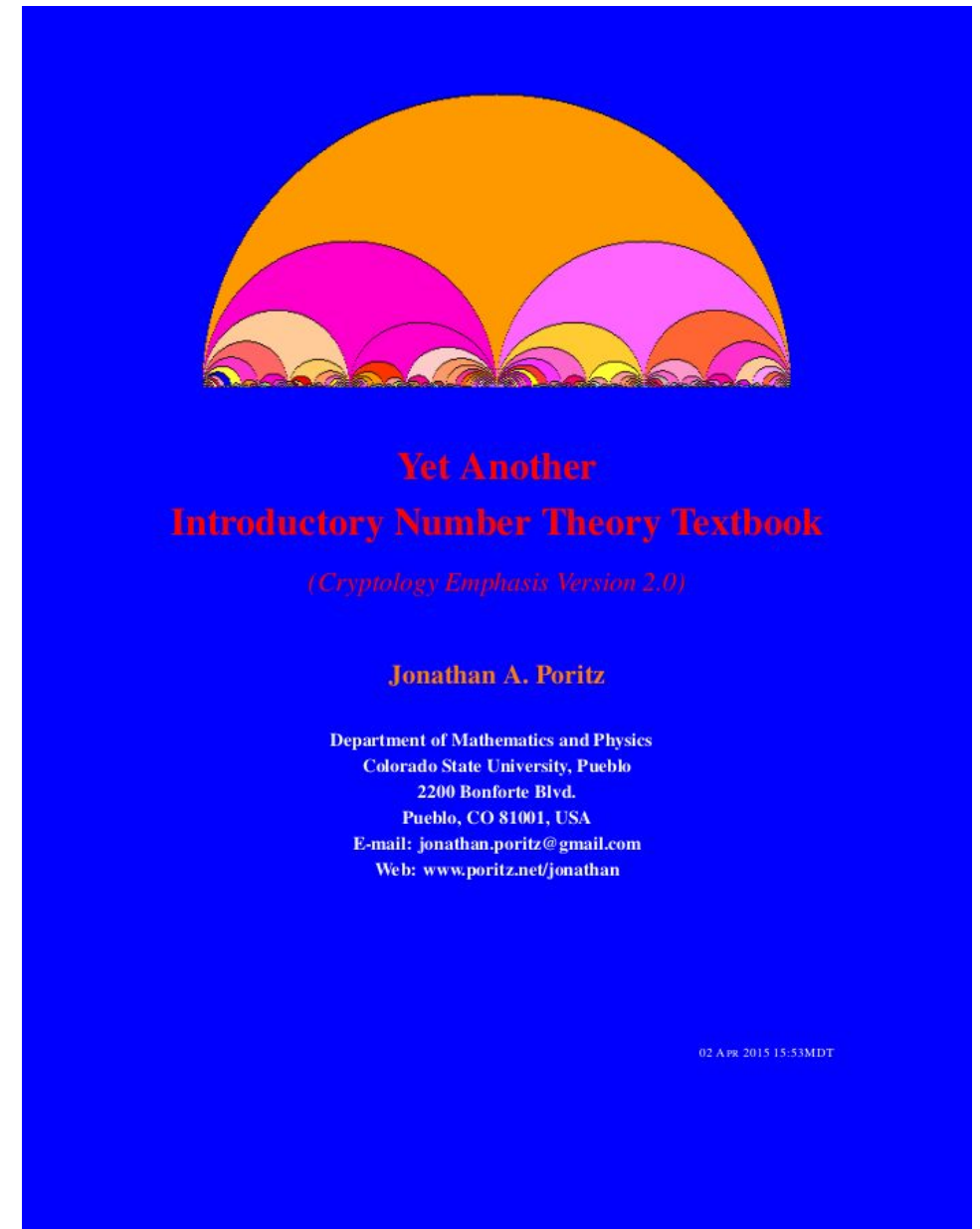
[Cancel](#) [Editing help](#) (opens in new window)

Colorado State University Pueblo,
2015, Math 319, sempre “Teoria dei
numeri” ma ad un livello inferiore:
quindi volevo mostrare agli
studenti una buona scrittura
della matematica.

Sapevo cosa volevo insegnare.

Avevo già una grande parte
scritta.

Perché non creare una OER
completa da condividere con il
mondo?



Per chi non vuole amministrare MediWiki, ci sono modi molto più facili di gestire un sito web dove gruppi di studenti possono lavorare insieme e vedere tutti i lavori degli altri ... Google docs o molti altri siti semplici, magari sull'LMS o su qualche altro spazio pubblico gestito dalla tua istituzione (o procurati il tuo sito web, è facile ed economico. (anche se forse non è così semplice per i testi matematici)

Per esempio, il lavoro di Dr.ssa Alegria Ribadeneira di CSUP: vedere csupworldlanguages.org

Ultimo esempio...

La mia traiettoria nella valutazione: Nell'OE, parliamo spesso di **Compiti usa-e-getta** ("Disposable assignments"), che sono compiti che aiutano gli studenti a imparare una cosa particolare, ma poi non hanno più scopo o motivo per essere trattenuti, e

Compiti rinnovabili ("Renewable assignments"), che aiutano gli studenti ad apprendere ma contribuiscono anche allo stato generale di conoscenza degli altri.

Per esempio: esercizi di aritmetica sono usa-e-getta, mentre i compiti di Prof.ssa Ribadeneira.

(Espressioni ancora di David Wiley!)

Allora, arriviamo agli esami “open book” ... o anche “open internet”!

O forse all'Ungrading (vedere UNgrading: Why Rating Students Undermines Learning (and What to Do Instead), di Susan Bloom, 2020), la “nonvalutazione”. Aumenta la giustizia, l'apprendimento, l'autonomia degli studenti....

Credo che la nonvalutazione sia un OEP: vedere “[Open Pedagogy and Ungrading: Overlapping Pedagogies of Care](#)” di Heather Miceli, 2022.

Per esempio, per il Creative Commons Certificate course uso “auto-valutazione.”